

2011 PLSI 병렬컴퓨팅 경진대회 문제

01. 대학원팀

- 경진 내용

- 주어진 순차코드를 병렬화하여 성능향상도(획득점수)를 측정
- 점수 = (순차코드 수행시간) / (병렬화코드 수행시간)

- 경진 환경

- 프로그래밍 언어: C, Fortran
- 순차코드는 50라인 내외로 작성하여 제공됨
- 참가자들은 컴파일러(intel, gnu, pgi) 선택가능
- 시간제한
 - 6일 오후 1시~6시(5시간 2문제), 7일 오전 9시~12시(3시간 1문제)
 - 제한 시간 내 병렬화코드를 제출
 - 제출 파일: 병렬화코드, 병렬화코드 수행을 위한 Makefile
- 특정 라이브러리 및 컴파일러 최적화 옵션 사용 불가

- 출제 문제 유형

- 지난해의 체험대회를 바탕으로 일반적인 문제 출제를 원칙으로 하며, 문제해결을 통해 병렬화기법을 익힐 수 있는데 초점을 맞춤
- 예상 문제
 - Monte Carlo Method를 이용한 과학문제 해결
 - Molecular Dynamics(MD) 문제 - gnuplot 등을 통한 visualization
 - Finite Difference Method(FDM) 문제

02. 학부팀

- 경진 내용 및 경진 환경은 대학원팀과 동일

- 출제 문제 유형

- 예상 문제
 - 적분 문제 $\int_0^{\infty} \frac{\sin(x)}{x} dx = \frac{\pi}{2}$
 - Taylor expansion : $\sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$
 - Matrix 곱하기

01. [학부팀 유형 1] - 수치적분

아래 적분식의 수치적분을 이용하여 PI의 근사값을 구하는 순차코드가 주어져 있다. 이 코드를 병렬화(MPI) 하여 최대 성능을 얻으시오. (CPU는 최대 16개 까지 사용)

$$\int_0^{\infty} \frac{2\sin(x)}{x} dx = \pi \quad \Rightarrow \quad \sum_1^n \frac{2\sin(x)}{x} \Delta x \approx \pi$$

○ 평가 방법

- 병렬 코드, 실행 파일, 컴파일 환경(컴파일러, 옵션, 사용 MPI 라이브러리) 제출.
- 순차 코드와 결과가 일치하는 병렬 코드에 대하여 성능 향상도를 점수화.

○ 예제 수행 시간

- 순차 코드 : 347.908 초
- 병렬 코드 : 42.206 초
- 성능 향상도 : 8.243

02. [학부팀 유형 2] - 행렬곱

주어진 (n,n) 행렬에 대하여 $A \cdot B$ 를 구하고 모든 원소의 합을 구하는 순차 코드를 병렬화(MPI) 하여 최대 성능을 얻으시오. (CPU는 최대 16개 까지 사용)

○ 평가 방법

- 병렬 코드, 실행 파일, 컴파일 환경(컴파일러, 옵션, 사용 MPI 라이브러리) 제출.
- 순차 코드와 결과가 일치하는 병렬 코드에 대하여 성능 향상도를 점수화.

○ 예제 수행 시간

- 순차 코드 : 247.670 초
- 병렬 코드 : 39.488 초
- 성능 향상도 : 6.272

03. [학부팀 유형 3] - Taylor 급수를 이용한 $\sin(x)$ 구하기

아래의 $\sin(x)$ 에 대한 Taylor 급수를 이용하여 근사값을 구하는 순차 코드를 병렬화(MPI) 하여 최대 성능을 얻으시오. (CPU는 최대 16개 까지 사용)

○ 평가 방법

- 병렬 코드, 실행 파일, 컴파일 환경(컴파일러, 옵션, 사용 MPI 라이브러리) 제출.
- 순차 코드와 결과가 일치하는 병렬 코드에 대하여 성능 향상도를 점수화.

○ 예제 수행 시간

- 순차 코드 : 108.717 초
- 병렬 코드 : 8.772 초
- 성능 향상도 : 12.394

04. [대학원팀 유형 1] - 2D Random Walk

1000000개 입자에 대한 1000번의 2D Random Walk를 수행하고 분포를 구하는 순차 코드를 병렬화(MPI) 하여 최대 성능을 얻으시오. (CPU는 최대 16개 까지 사용)

○ 평가 방법

- 병렬 코드, 실행 파일, 컴파일 환경(컴파일러, 옵션, 사용 MPI 라이브러리) 제출.
- 순차 코드와 결과가 일치하는 병렬 코드에 대하여 성능 향상도를 점수화.

○ 예제 수행 시간

- 순차 코드 : 28.370 초
- 병렬 코드 : 4.993 초
- 성능 향상도 : 5.682

05. [대학원팀 유형 2] - Molecular Dynamics

주어진 1000개 입자의 초기 위치에 대하여 각각의 입자는 $1/R(|x_1-x_2|)$ 의 힘을 받는다 고 하면, 10000번의 step 후의 위치를 구할 수 있다. 순차 코드에 대하여 MPI 병렬화를 이용하여 최대 성능을 얻으시오. (CPU는 최대 16개 까지 사용)

○ 평가 방법

- 병렬 코드, 실행 파일, 컴파일 환경(컴파일러, 옵션, 사용 MPI 라이브러리) 제출.
- 순차 코드와 결과가 일치하는 병렬 코드에 대하여 성능 향상도를 점수화.

○ 예제 수행 시간

- 순차 코드 : 29.153 초
- 병렬 코드 : 9.761 초
- 성능 향상도 : 2.987

06. [대학원팀 유형 3] - 2D FDM

주어진 2D 경계조건에서 FDM을 이용하면 유일해를 구할 수 있다. 300X300 grid를 이용하여 FDM의 해를 구하는 순차 코드에 대하여 MPI 병렬화를 이용하여 최대 성능을 얻으시오. (CPU는 최대 16개 까지 사용)

○ 평가 방법

- 병렬 코드, 실행 파일, 컴파일 환경(컴파일러, 옵션, 사용 MPI 라이브러리) 제출.
- 순차 코드와 결과가 일치하는 병렬 코드에 대하여 성능 향상도를 점수화.

○ 예제 수행 시간

- 순차 코드 : 44.202 초
- 병렬 코드 : 7.554 초
- 성능 향상도 : 5.851

01. 학부팀 유형 1 코드

순차 코드 (Fortran)

```
program integration
implicit none

real(8) :: pi, x, x_max
integer(8) :: num_step, i

pi=0.0d0
x=0.0d0
x_max=100000.0d0
num_step=5000000000

do i = 1, num_step
  x = x_max*real(i,8)/real(num_step,8)
  pi = pi + 2.0d0*sin(x)/x*x_max/real(num_step,8)
end do

print *,'PI = ',pi
end program integration
```

병렬 코드 (Fortran)

```
program integration

implicit none
include 'mpif.h'

real(8) :: pi, x, x_max, sum
integer(8) :: num_step, i, is, ie
integer(4) :: myrank, nprocs, ierr

call MPI_INIT(ierr)
call MPI_COMM_RANK(MPI_COMM_WORLD,myrank,ierr)
call MPI_COMM_SIZE(MPI_COMM_WORLD,nprocs,ierr)

sum=0.0d0
x=0.0d0
x_max=100000.0d0
num_step=5000000000

is = 1 ; ie = num_step
call para_range(is,ie,nprocs,myrank,is,ie)

do i = is, ie
  x = x_max*real(i,8)/real(num_step,8)
  sum = sum + 2.0d0*sin(x)/x*x_max/real(num_step,8)
end do
call MPI_REDUCE(sum,pi,1,MPI_DOUBLE_PRECISION,MPI_SUM,0,MPI_COMM_WORLD,ierr)
if(myrank.eq.0) then
  print *, 'PI = ',pi
endif

call MPI_FINALIZE(ierr)
stop

contains
  subroutine para_range(n1,n2,nprocs,irank,ista,iend)
    implicit none
    integer :: nprocs,irank
    integer(8) :: np,ir
    integer(8) :: n1,n2,ista,iend
    integer(8) :: iwork1,iwork2
    np=int(nprocs,8)
    ir=int(irank,8)
    iwork1 = (n2 - n1 + 1) / np
    iwork2 = mod(n2 - n1 + 1, np)
    ista = ir * iwork1 + n1 + min(ir,iwork2)
```

```
iend = ista + iwork1 -1  
if(iwork2 .gt. ir) iend = iend + 1  
return  
end subroutine
```

```
end program integration
```


02. 학부팀 유형 2 코드

순차 코드 (Fortran)

```
program matrix
implicit none

integer :: i,j,k,n
real,dimension(:,:),allocatable :: a,b,c
real :: sum
n=5000
sum=0.0
allocate (a(n,n))
allocate (b(n,n))
allocate (c(n,n))
c=0.0

do j=1,n
  do i=1,n
    a(i,j)=real(i)/real(j)
    b(i,j)=real(j)/real(i)
  end do
end do

do k=1,n
  do j=1,n
    do i=1,n
      c(i,j)=c(i,j)+a(i,k)*b(k,j)
    end do
  end do
end do

do j=1,n
  do i=1,n
    sum=sum+c(i,j)
  enddo
enddo
print *, 'SUM = ',sum
deallocate(a,b,c)

end program matrix
```

병렬 코드 (Fortran)

```
program matrix
implicit none
include 'mpif.h'

integer :: i,j,k,n,is,ie
integer(4) :: myrank, nprocs, ierr
real,dimension(:,:),allocatable :: a,b,c
real :: sum,psum

call MPI_INIT(ierr)
call MPI_COMM_RANK(MPI_COMM_WORLD,myrank,ierr)
call MPI_COMM_SIZE(MPI_COMM_WORLD,nprocs,ierr)

n=5000
sum=0.0
psum=0.0
allocate (a(n,n))
allocate (b(n,n))
allocate (c(n,n))
c=0.0

is=1;ie=n
call para_range(is,ie,nprocs,myrank,is,ie)

do j=1,n
  do i=1,n
    a(i,j)=real(i)/real(j)
    b(i,j)=real(j)/real(i)
  end do
end do

do k=1,n
  do j=is,ie
    do i=1,n
      c(i,j)=c(i,j)+a(i,k)*b(k,j)
    end do
  end do
end do

do j=is,ie
  do i=1,n
    psum=psum+c(i,j)
  enddo
enddo
call MPI_REDUCE(psum,sum,1,MPI_REAL,MPI_SUM,0,MPI_COMM_WORLD,ierr)
```

```
if(myrank.eq.0) then
  print *, 'SUM = ',sum
endif

deallocate(a,b,c)

call MPI_FINALIZE(ierr)
stop

contains
  subroutine para_range(n1,n2,nprocs,irank,ista,iend)
    implicit none
    integer          :: nprocs,irank
    integer          :: np,ir
    integer          :: n1,n2,ista,iend
    integer          :: iwork1,iwork2
    np=nprocs
    ir=irank
    iwork1 = (n2 - n1 + 1) / np
    iwork2 = mod(n2 - n1 + 1, np)
    ista = ir * iwork1 + n1 + min(ir,iwork2)
    iend = ista + iwork1 -1
    if(iwork2 .gt. ir) iend = iend + 1
    return
  end subroutine
end program matrix
```

03. 학부팀 유형 3 코드

순차 코드 (Fortran)

```
program taylor
implicit none
real(8) :: x, mysin, tmp, x_max, step
integer(4) :: i, j, k, n, num_step

x_max=4.0d0
x=0.0d0
num_step=10000
n=1000
step=x_max/real(num_step,8)

do i=0,num_step
  mysin=0.0d0
  do j=1,n
    tmp=1.0d0
    do k=1,2*j-1
      tmp=tmp*x/real(k,8)
    enddo
    if(mod(j,2)) then
      mysin=mysin+tmp
    else
      mysin=mysin-tmp
    endif
  enddo
  print *, x, mysin, sin(x)
  x=x+step
enddo

end program taylor
```

병렬 코드 (Fortran)

```
program taylor
implicit none
include 'mpif.h'

real(8) :: x, mysin, tmp, x_max, step
integer(4) :: i, j, k, n, num_step
integer(4) :: myrank, nprocs, ierr, is, ie

call MPI_INIT(ierr)
call MPI_COMM_RANK(MPI_COMM_WORLD,myrank,ierr)
call MPI_COMM_SIZE(MPI_COMM_WORLD,nprocs,ierr)

x_max=4.0d0
num_step=10000
n=1000
step=x_max/real(num_step,8)

is=0;ie=num_step
call para_range(is,ie,nprocs,myrank,is,ie)

do i=is,ie
  x=real(i,8)*step
  mysin=0.0d0
  do j=1,n
    tmp=1.0d0
    do k=1,2*j-1
      tmp=tmp*x/real(k,8)
    enddo
    if(mod(j,2)) then
      mysin=mysin+tmp
    else
      mysin=mysin-tmp
    endif
  enddo
  print *, x, mysin, sin(x)
enddo
call MPI_FINALIZE(ierr)

contains
  subroutine para_range(n1,n2,nprocs,irank,ista,iend)
    implicit none
    integer          :: nprocs,irank
    integer          :: np,ir
    integer          :: n1,n2,ista,iend
    integer          :: iwork1,iwork2
```

```
np=nprocs
ir=irank
iwork1 = (n2 - n1 + 1) / np
iwork2 = mod(n2 - n1 + 1, np)
ista = ir * iwork1 + n1 + min(ir,iwork2)
iend = ista + iwork1 -1
if(iwork2 .gt. ir) iend = iend + 1
return
end subroutine
```

```
end program taylor
```

04. 대학원팀 유형 1 코드

순차 코드 (Fortran)

```
program randomwalk

implicit none
integer :: i,j,rtc
integer, parameter :: N_P=1000000, N_W=1000
integer, dimension(N_P) :: part_x, part_y
integer, dimension(:,:),allocatable :: pos
real :: seed, rand,temp

part_x=0
part_y=0
call srand(0.5)

do i=1, N_P
  do j=1,N_W
    temp=rand(0)
    if(temp <= 0.25) then
      part_x(i)=part_x(i)+1
    elseif(temp <= 0.5) then
      part_y(i)=part_y(i)+1
    elseif(temp <=0.75) then
      part_x(i)=part_x(i)-1
    else
      part_y(i)=part_y(i)-1
    endif
  enddo
enddo

allocate(pos(-N_W:N_W,-N_W:N_W))

pos=0
do i=1,N_P
  pos(part_x(i),part_y(i))=pos(part_x(i),part_y(i))+1
enddo

do i=-N_W,N_W,2
  do j=-N_W,N_W,2
    if(pos(i,j) .ne. 0) print*, i,j, pos(i,j)
  enddo
enddo

deallocate(pos)
```

end program randomwalk

병렬 코드 (Fortran)

```
program randomwalk
implicit none
include 'mpif.h'
integer :: mysize, myrank, ierr, pos_count, ista, iend
integer :: i,j,d,min_p,max_p,rtc
integer, parameter :: N_P=1000000, N_W=1000
integer, dimension(N_P) :: part_x, part_y
integer, dimension(:,:),allocatable :: pos,pos_all
real :: seed, rand,temp
part_x=0
part_y=0
call MPI_INIT(ierr)
call MPI_COMM_SIZE(MPI_COMM_WORLD,mysize, ierr)
call MPI_COMM_RANK(MPI_COMM_WORLD,myrank, ierr)

call srand(0.5+myrank*0.1)
call para_range(1,N_P,mysize,myrank,ista,iend)
do i=ista,iend
  do j=1,N_W
    temp=rand(0)
    if(temp <= 0.25) then
      part_x(i)=part_x(i)+1
    elseif(temp <= 0.5) then
      part_y(i)=part_y(i)+1
    elseif(temp <=0.75) then
      part_x(i)=part_x(i)-1
    else
      part_y(i)=part_y(i)-1
    endif
  enddo
enddo
allocate(pos(-N_W:N_W,-N_W:N_W))
allocate(pos_all(-N_W:N_W,-N_W:N_W))
pos=0
do i=1,N_P
  pos(part_x(i),part_y(i))=pos(part_x(i),part_y(i))+1
enddo
pos_count=size(pos)
call MPI_REDUCE(pos,pos_all,pos_count,MPI_INTEGER,MPI_SUM,0,MPI_COMM_WORLD,ierr)
if(myrank==0) then
  pos=pos_all
  do i=-N_W,N_W,2
    do j=-N_W,N_W,2
```

```
    if(pos(i,j) .ne. 0) print*, ij, pos(i,j)
  enddo
enddo
endif
deallocate(pos)
deallocate(pos_all)

call MPI_FINALIZE(ierr)

CONTAINS
  subroutine para_range(n1,n2,nprocs,irank,ista,iend)
    implicit none
    integer          :: n1,n2,nprocs,irank,ista,iend
    integer          :: iwork1,iwork2
    iwork1 = (n2 - n1 + 1) / nprocs
    iwork2 = mod(n2 - n1 + 1, nprocs)
    ista = irank * iwork1 + n1 + min(irank,iwork2)
    iend = ista + iwork1 - 1
    if(iwork2 .gt. irank) iend = iend + 1
    return
  end subroutine

end program randomwalk
```

05. 대학원팀 유형 2 코드

순차 코드 (Fortran)

```
program md

implicit none
integer :: i,j,k
integer, parameter :: N_P=1000, step=10000
real, dimension(N_P) :: x, force
real :: f_jk

do i=1,N_P
  read *, x(i)
  x(i)=x(i)*10000000.0
enddo

do i=1,step
  force=0.0
  do j=1,N_P-1
    do k= j+1,N_P
      f_jk = 1.0/(x(k)-x(j))
      force(j)=force(j)+f_jk
      force(k)=force(k)-f_jk
    enddo
  enddo
  do j=1,N_P
    x(j)=x(j)+force(j)
  enddo
enddo

do i=1,N_P
  print *, i,x(i)
enddo

end program md
```

병렬 코드 (Fortran)

```
program md

implicit none
include 'mpif.h'
integer :: mysize, myrank, ierr, ista, iend
integer :: i,j,k
integer, parameter :: N_P=1000, step=10000
real, dimension(N_P) :: x, force, force_all
real :: f_jk

call MPI_INIT(ierr)
call MPI_COMM_SIZE(MPI_COMM_WORLD,mysize, ierr)
call MPI_COMM_RANK(MPI_COMM_WORLD,myrank, ierr)

if(myrank==0) then
  do i=1,N_P
    read *, x(i)
    x(i)=x(i)*10000000.0
  enddo
  print *,'start'
endif

call MPI_BCAST(x,N_P,MPI_REAL,0,MPI_COMM_WORLD,ierr)

do i=1,step
  force=0.0
  call para_range(1,N_P-1,mysize,myrank,ista,iend)
  do j=ista,iend
    do k= j+1,N_P
      f_jk = 1.0/(x(k)-x(j))
      force(j)=force(j)+f_jk
      force(k)=force(k)-f_jk
    enddo
  enddo
  call MPI_REDUCE(force,force_all,N_P,MPI_REAL,MPI_SUM,0,MPI_COMM_WORLD,ierr)
  if(myrank==0) then
    do j=1,N_P
      x(j)=x(j)+force_all(j)
    enddo
  endif
enddo

if(myrank==0) then
  do i=1,N_P
    print *, i,x(i)
  enddo
endif
```

```
    enddo
endif

call MPI_FINALIZE(ierr)

CONTAINS
  subroutine para_range(n1,n2,nprocs,irank,ista,iend)
  implicit none
  integer          :: n1,n2,nprocs,irank,ista,iend
  integer          :: iwork1,iwork2
  iwork1 = (n2 - n1 + 1) / nprocs
  iwork2 = mod(n2 - n1 + 1, nprocs)
  ista = irank * iwork1 + n1 + min(irank,iwork2)
  iend = ista + iwork1 - 1
  if(iwork2 .gt. irank) iend = iend + 1
  return
  end subroutine

end program md
```

06. 대학원팀 유형 3 코드

순차 코드 (Fortran)

```
program FDM2D
integer im,jm,im1,jm1
parameter(im=300,jm=300)
integer is,ie,js,je
integer iter,itermax,npert
real tolerance
real bc(4) !left,right,bottom,top
real u(0:im+1,0:jm+1)
real error

! read input data
itermax=100000
npert=500
tolerance = 1.0e-7
bc(1) = 10.0
bc(2) = 10.0
bc(3) = 10.0
bc(4) = 20.0

! initialize
im1=im+1
jm1=jm+1
do j=0,jm1
do i=0,im1
u(i,j) = 0.0
end do
end do

! boundary conditions
do j=0,jm1
u(0 ,j) = bc(1) !left
u(im1,j) = bc(2) !right
end do

do i=0,im1
u(i,0 ) = bc(3) !bottom
u(i,jm1) = bc(4) !top
end do

! set computation range
is = 1
ie = im
```

```

js = 1
je = jm

! main routine
iter = 0
error = 1000.
! *****
do while(iter.le.itermax.and.error.gt.tolerance)
  call jacobi(u,im,jm,is,ie,js,je,error)
  iter = iter + 1
  if(mod(iter,npert).eq.0) write(*,100) iter,error
end do
! *****

print*, 'Error=', error
print*, 'Converged after ', iter, 'iteration'
100 format('Iteration=', i6, ' Error=', e9.4)

! OPEN(UNIT=10, FILE='outFDM2Seq.dat', STATUS='REPLACE', ACTION='WRITE')
DO j=1,jm
! WRITE (*, '128(F7.4,1x)', (u(i,j), i=1,im)
! WRITE (10, '128(F7.4,1x)', (u(i,j), i=1,im)
ENDDO
! CLOSE(10)
stop
end

subroutine jacobi(u,im,jm,is,ie,js,je,error)
integer im,jm,is,ie,js,je
integer ij
real error
real u(0:im+1,0:jm+1), uo(0:im+1,0:jm+1)

! store old data
do j=0,jm+1
do i=0,im+1
uo(i,j) = u(i,j)
end do
end do

! jacobi
do j=js,je
do i=is,ie
u(i,j) = (uo(i-1,j)+uo(i+1,j)+uo(i,j-1)+uo(i,j+1))/4.0
end do
end do

```

```
! error
  error = 0.0
  do j=js,je
  do i=is,ie
    error = error + (u(i,j) - uo(i,j))**2
  end do
end do
return
end
```


병렬 코드 (Fortran)

```
PROGRAM FDM2D
IMPLICIT NONE
INCLUDE 'mpif.h'
INTEGER :: nprocs, myrank, viewrank, ista, iend, jsta, jend, ierr, status(MPI_STATUS_SIZE), inext,
iprev, isend1, isend2, irecv1, irecv2
INTEGER :: i, j, k
INTEGER :: im,jm,im1,jm1, njm
PARAMETER(im=300,jm=300)
INTEGER :: is,ie,js,je
INTEGER :: iter,itermax,nprt
REAL    :: tolerance
REAL    :: bc(4) !left,right,bottom,top
REAL    :: u(0:im+1,0:jm+1), newu(0:im+1, 0:jm+1), works1(jm), works2(jm), workr1(jm),
workr2(jm)
REAL    :: error, errorsum
CHARACTER*2 :: number
CHARACTER*30 :: filename(0:10)
INTEGER :: irecv(0:3), iscnt, ircnt(0:3), idisp(0:3)=(/1,33,65,97/)
viewrank = 3
! mpi ready
CALL MPI_INIT(ierr)
CALL MPI_COMM_SIZE(MPI_COMM_WORLD, nprocs, ierr)
CALL MPI_COMM_RANK(MPI_COMM_WORLD, myrank, ierr)
CALL para_range(1,im, nprocs, myrank, ista, iend)

! read input data
itermax=100000
nprt=500
tolerance = 1.0e-7
bc(1) = 10.0
bc(2) = 10.0
bc(3) = 10.0
bc(4) = 20.0

! initialize
im1=im+1
jm1=jm+1
DO j=0,jm1
DO i=0,im1
    u(i,j) = 0.0
END DO
END DO

! boundary conditions
```

```

IF(myrank == 0) THEN
  DO j=0, jm+1
    u(0 ,j) = bc(1) !left
  ENDDO
ENDIF

IF(myrank == nprocs-1) THEN
  DO j=0, jm+1
    u(im1,j) = bc(2) !right
  END DO
ENDIF

DO i=ista, iend
  u(i,0 ) = bc(3) !bottom
  u(i,jm1) = bc(4) !top
END DO

! set computation range
is = ista
ie = iend
js = 1
je = jm

inext = myrank + 1
iprev = myrank - 1
IF(myrank == 0) iprev = MPI_PROC_NULL
IF(myrank == nprocs -1 ) inext = MPI_PROC_NULL

! main routine
iter = 0
error = 1000.
errorsum = 1000.
! *****
DO WHILE(iter.LE.itermax.AND.errorsum.GT.tolerance)
!   do while(iter.le.itermax)
      IF(myrank /= nprocs-1) THEN
        DO j=1, jm
          works1(j) = u(iend, j)
        ENDDO
      ENDIF
      IF(myrank /= 0) THEN
        DO j=1, jm
          works2(j) = u(ista, j)
        ENDDO
      ENDIF
      CALL MPI_ISEND(works1, jm, MPI_REAL, inext, 1, MPI_COMM_WORLD, isend1, ierr)
      CALL MPI_ISEND(works2, jm, MPI_REAL, iprev, 1, MPI_COMM_WORLD, isend2, ierr)

```

```

CALL MPI_Irecv(workr1, jm, MPI_REAL, iprev, 1, MPI_COMM_WORLD, irecv1, ierr)
CALL MPI_Irecv(workr2, jm, MPI_REAL, inext, 1, MPI_COMM_WORLD, irecv2, ierr)
CALL MPI_WAIT(isend1, status, ierr)
CALL MPI_WAIT(isend2, status, ierr)
CALL MPI_WAIT(irecv1, status, ierr)
CALL MPI_WAIT(irecv2, status, ierr)
IF(myrank /= 0)THEN
  DO j=1, jm
    u(ista-1, j)=workr1(j)
  ENDDO
ENDIF
IF(myrank /= nprocs-1) THEN
  DO j=1, jm
    u(iend+1, j)= workr2(j)
  ENDDO
ENDIF
call jacobi(u,im,jm,is,ie,js,je,error)
iter = iter + 1
CALL MPI_ALLREDUCE(error, errorsum, 1, MPI_REAL, MPI_SUM, MPI_COMM_WORLD, ierr)
if((mod(iter,nprt).eq.0) .and. myrank == viewrank) write(*,100) iter,errorsum
end do
! *****

100   format('Iteration=',i6,' Error=',e9.4)
      IF(myrank == 0) THEN
        print*,'Error=',errorsum
        print*,'Converged after ',iter,'iteration'
200   format('Iteration=',i6,' Error=',e9.4)
      ENDIF

! delete communication data
IF(myrank /= 0)THEN
  DO j=1, jm
    u(ista-1, j)=0.0
  ENDDO
ENDIF
IF(myrank /= nprocs-1) THEN
  DO j=1, jm
    u(iend+1, j)=0.0
  ENDDO
ENDIF

CALL MPI_REDUCE(u, newu, (im+2)*(jm+2), MPI_REAL, MPI_SUM, 0, MPI_COMM_WORLD, ierr)

CALL MPI_FINALIZE(ierr)
STOP

```

CONTAINS

```
subroutine para_range(n1,n2,nprocs,irank,ista,iend)
implicit none
integer      :: n1,n2,nprocs,irank,ista,iend
integer      :: iwork1,iwork2
iwork1 = (n2 - n1 + 1) / nprocs
iwork2 = mod(n2 - n1 + 1, nprocs)
ista = irank * iwork1 + n1 + min(irank,iwork2)
iend = ista + iwork1 -1
if(iwork2 .gt. irank) iend = iend + 1
return
end subroutine
```

! jacobi subroutine

```
subroutine jacobi(u,im,jm,is,ie,js,je,error)
integer im,jm,is,ie,js,je,njm
integer ij
real error
real u(0:im+1,0:jm+1), uo(0:im+1,0:jm+1)

do j=js-1,je+1
do i=is-1,ie+1
uo(i,j) = u(i,j)
end do
end do
```

! jacobi

```
do j=js,je
do i=is,ie
u(i,j) = (uo(i-1,j)+uo(i+1,j)+uo(i,j-1)+uo(i,j+1))/4.0
end do
end do
```

! error

```
error = 0.0
do j=js,je
do i=is,ie
error = error + (u(i,j) - uo(i,j))**2
end do
end do
return
end subroutine
```

end program FDM2D